Избранные задачи Ю. А. Блинкова

1. [Московская устная олимпиада по геометрии, 2010] На сторонах AB и CD квадрата $ABCD$ взяты точки K и M соответственно, а на диагонали AC – точка L так, что $ML = KL$. Пусть P — точка пересечения отрезков MK и BD. Найдите угол KPL.

2 (турнир математических боев им. Савина, 2008). К окружности, описанной около треугольника ABC проведены касательные в точках A и C, пересекающиеся в точке P. Пусть AA_1, BB_1 и CC_1 — высоты треугольника ABC. Прямая PB_1 пересекает A_1C_1 в точке K. Докажите, что середина стороны AC, ортоцентр и точка K лежат на одной прямой.

3 (Московская устная олимпиада по геометрии, 2011). Пусть AA_1, BB_1 и CC_1 — высоты неравнобедренного остроугольного треугольника ABC; окружности, описанные около треугольников ABC и A_1B_1C, вторично пересекаются в точке P, Z – точка пересечения касательных к описанной окружности треугольника ABC, проведённых в точках A и B. Докажите, что прямые AP, BC и ZC_1 пересекаются в одной точке.

4 (Московская математическая олимпиада, 2011). В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C угол A равен 30°. Точка I — центр вписанной окружности треугольника ABC, D — точка пересечения отрезка BI с этой окружностью. Докажите, что отрезки AI и CD перпендикулярны.

5 (Московская устная олимпиада по геометрии, 2009). К двум окружностям ω_1 и ω_2, пересекающимся в точках A и B, проведена их общая касательная CD (C и D — точки касания соответственно, точка B ближе к прямой CD, чем A). Прямая, проходящая через A, вторично пересекает ω_1 и ω_2 в точках K и L соответственно (A лежит между K и L). Прямые KC и LD пересекаются в точке P. Докажите, что PB — симедиана треугольника KPL (прямая, симметричная медиане относительно биссектрисы).

6 (Всероссийская олимпиада по геометрии имени И.Ф. Шарыгина, 2010). Произвольная прямая, проходящая через вершину B треугольника ABC, пересекает сторону AC в точке K, а описанную окружность в точке M. Найдите геометрическое место центров описанных окружностей треугольников AMK.