

## Теорема Фалеса в окружности

1. В окружности провели диаметр  $AB$ . Точки  $E$  и  $F$  – проекции точек  $A$  и  $B$  на хорду  $CD$ . Доказать, что отрезки  $CE$  и  $DF$  равны.
2. Точка  $C$  лежит на отрезке  $AB$ . На отрезках  $AB$ ,  $BC$  и  $AC$  как на диаметрах построены окружности. Прямая, проходящая через точку  $C$ , пересекает большую окружность в точках  $K$  и  $N$ , а меньшие в точках  $L$  и  $M$ . Докажите, что отрезки  $KL$  и  $MN$  равны.
3. На диаметре  $AB$  окружности  $\omega$  выбрана точка  $C$ . На отрезках  $AC$  и  $BC$  как на диаметрах построены окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  соответственно. На окружности  $\omega$  выбраны точки  $K$  и  $N$ , так что они лежат в одной полуплоскости относительно  $AB$ , и углы  $ACK$  и  $BCN$  равны. Отрезки  $CK$  и  $CN$  пересекают окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  в точках  $L$  и  $M$  соответственно. Докажите, что отрезки  $KL$  и  $MN$  равны.
4. На диаметре  $AB$  окружности  $\omega$  выбрана точка  $C$ . На отрезках  $AC$  и  $BC$  как на диаметрах построены окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  соответственно. Прямая  $l$  пересекает окружность  $\omega$  в точках  $A$  и  $D$ , окружность  $\omega_1$  — в точках  $A$  и  $E$ , и касается окружности  $\omega_2$  — в точке  $M$ . Докажите, что  $MD = EM$ .
5. На диаметре  $AB$  окружности  $\omega$  выбрана точка  $C$ . На отрезках  $AC$  и  $BC$  как на диаметрах построены окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  соответственно. Прямая  $l$  пересекает окружность  $\omega$  в точках  $A$  и  $D$ , окружность  $\omega_1$  — в точках  $A$  и  $E$ , а окружность  $\omega_2$  — в точках  $M$  и  $N$ . Докажите, что  $ME = ND$ .
6. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $BD$  и  $CE$ . Из вершин  $B$  и  $C$  на прямую  $ED$  опущены перпендикуляры  $BF$  и  $CG$ . Докажите, что  $EF = DG$ .

## Теорема Фалеса в окружности

1. В окружности провели диаметр  $AB$ . Точки  $E$  и  $F$  – проекции точек  $A$  и  $B$  на хорду  $CD$ . Доказать, что отрезки  $CE$  и  $DF$  равны.
2. Точка  $C$  лежит на отрезке  $AB$ . На отрезках  $AB$ ,  $BC$  и  $AC$  как на диаметрах построены окружности. Прямая, проходящая через точку  $C$ , пересекает большую окружность в точках  $K$  и  $N$ , а меньшие в точках  $L$  и  $M$ . Докажите, что отрезки  $KL$  и  $MN$  равны.
3. На диаметре  $AB$  окружности  $\omega$  выбрана точка  $C$ . На отрезках  $AC$  и  $BC$  как на диаметрах построены окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  соответственно. На окружности  $\omega$  выбраны точки  $K$  и  $N$ , так что они лежат в одной полуплоскости относительно  $AB$ , и углы  $ACK$  и  $BCN$  равны. Отрезки  $CK$  и  $CN$  пересекают окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  в точках  $L$  и  $M$  соответственно. Докажите, что отрезки  $KL$  и  $MN$  равны.
4. На диаметре  $AB$  окружности  $\omega$  выбрана точка  $C$ . На отрезках  $AC$  и  $BC$  как на диаметрах построены окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  соответственно. Прямая  $l$  пересекает окружность  $\omega$  в точках  $A$  и  $D$ , окружность  $\omega_1$  — в точках  $A$  и  $E$ , и касается окружности  $\omega_2$  — в точке  $M$ . Докажите, что  $MD = EM$ .
5. На диаметре  $AB$  окружности  $\omega$  выбрана точка  $C$ . На отрезках  $AC$  и  $BC$  как на диаметрах построены окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  соответственно. Прямая  $l$  пересекает окружность  $\omega$  в точках  $A$  и  $D$ , окружность  $\omega_1$  — в точках  $A$  и  $E$ , а окружность  $\omega_2$  — в точках  $M$  и  $N$ . Докажите, что  $ME = ND$ .
6. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $BD$  и  $CE$ . Из вершин  $B$  и  $C$  на прямую  $ED$  опущены перпендикуляры  $BF$  и  $CG$ . Докажите, что  $EF = CG$ .