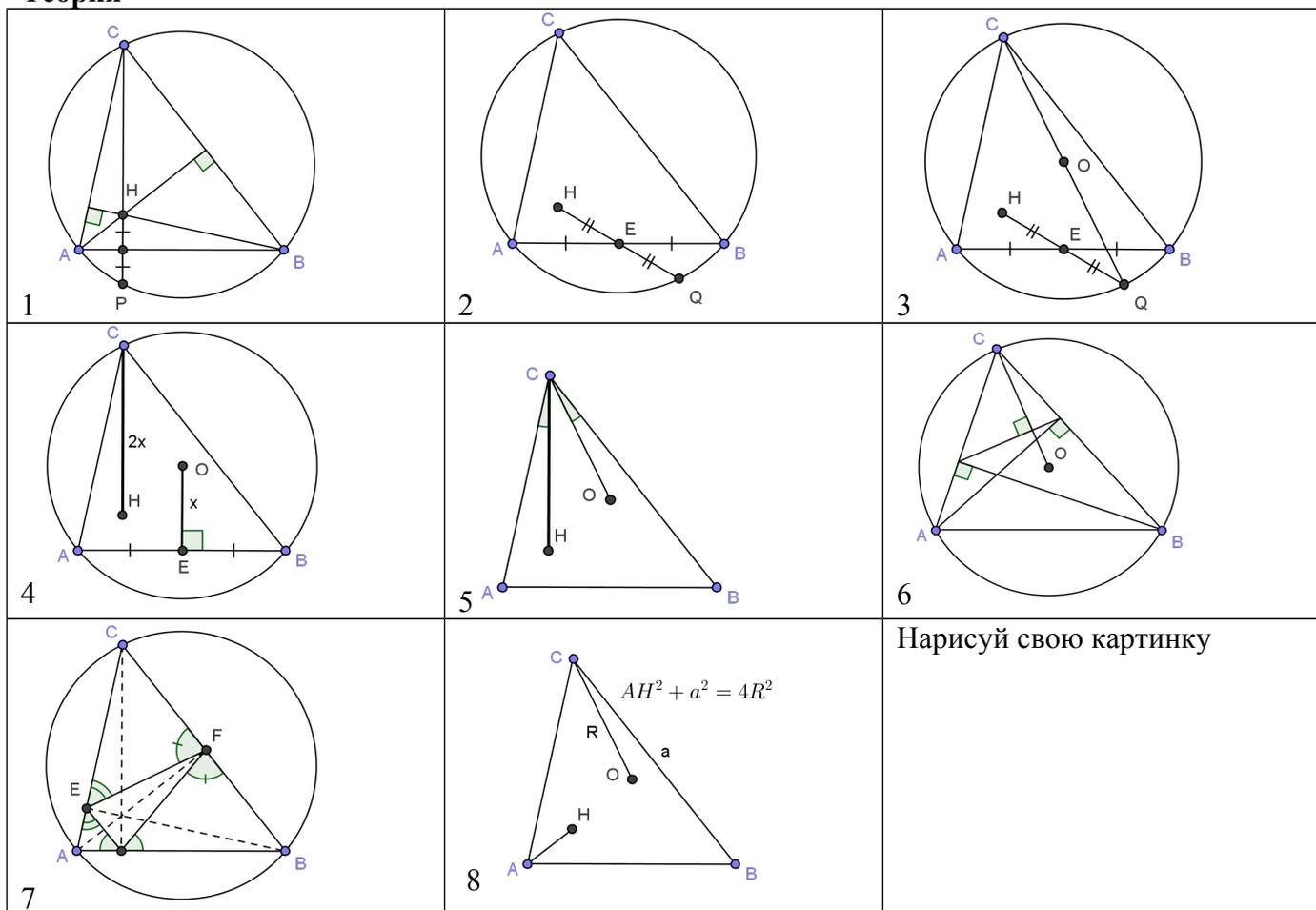


Ортоцентр, ортотреугольник

Теория



Задачи

- Высоты AA' и BB' треугольника ABC пересекаются в точке H . Точки X и Y — середины отрезков AB и CH соответственно. Доказать, что прямые XY и $A'B'$ перпендикулярны. *ММО, 2005, 8.3. А.А.Заславский*
- Высоты треугольника ABC пересекаются в точке H . Докажите, что радиусы описанных окружностей треугольников ABH , BCH и CAH равны.
- В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 , BB_1 и CC_1 . Через вершины A , B и C проходят прямые, перпендикулярные отрезкам B_1C_1 , A_1C_1 и A_1B_1 соответственно. Докажите, что эти три прямые пересекаются в одной точке. *Регата, 2007-2008, 9 класс, 4.2 (25 мин)*
- В параллелограмме $ABCD$ из вершины тупого угла провели высоты AM и AN . Известно, что $AC = t$ и $MN = n$. Найти расстояние от точки A до ортоцентра треугольника AMN .
- Задача Архимеда.* Сумма квадратов отрезков, на которые точка пересечения делит взаимно перпендикулярные хорды, равна квадрату диаметра окружности.
- В окружность с центром O вписан четырехугольник с перпендикулярными диагоналями. Доказать, что расстояние от точки O до стороны четырехугольника равно половине длины противоположной стороны.
- $ABCD$ — вписанный четырехугольник. H_C и H_D — ортоцентры треугольников ABD и ABC . Докажите, что $H_C H_D = CD$.
- Пусть AH_1 , BH_2 и CH_3 — высоты треугольника ABC , O — центр описанной окружности. Через точки H_1 , H_2 и H_3 проводятся прямые, параллельные соответственно радиусам OA , OB и OC . Доказать, что эти прямые пересекаются в одной точке.
- BN и CT — высоты в треугольнике ABC . Известно, что прямая OI , соединяющая центры описанной и вписанной окружностей, параллельна прямой NT . Найдите длину высоты AK треугольника, если известно что радиус описанной и вписанной окружностей треугольника ABC равны соответственно R и r . *(Г. Филипповский)*
- Пусть AH_1 , BH_2 и CH_3 — высоты треугольника ABC . A_1 и A_2 — проекции точки H_1 на прямые AB и AC . Аналогично определим точки B_1 и B_2 , C_1 и C_2 . Докажите, что длины отрезков A_1A_2 , B_1B_2 и C_1C_2 равны.
- В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AH_A , BH_B и CH_C . Докажите, что треугольник с вершинами в точках пересечения высот треугольников $AH_B H_C$, $BH_A H_C$, $CH_A H_B$ равен треугольнику $H_A H_B H_C$. *А. Акопян, ММО, 2001, 10.4.*