

Одна задача

1. В треугольнике ABC проведена биссектриса AD и из точки D опущены перпендикуляры DB' и DC' на прямые AC и AB ; точка M лежит на прямой $B'C'$, причём $DM \perp BC$. Докажите, что точка M лежит на медиане AA_0 .
2. Окружность с центром I , вписанная в треугольник ABC , касается сторон AC , AB и BC в точках B' , C' и A' соответственно. Медиана AA_0 треугольника пересекает $B'C'$ в точке D . Докажите, что точка I лежит на прямой DA' .
- 3 (Л. Емельянов, С. Берлов). Вписанная окружность треугольника ABC имеет центр I и касается сторон AB , BC , CA в точках C' , A' , B' соответственно. Обозначим через L — основание биссектрисы угла A , а через D — точку пересечения прямых $A'I$ и $B'C'$. Докажите, что $DL \parallel AA'$.
4. Вписанная окружность треугольника ABC имеет центр I и касается сторон AB , BC , CA в точках C' , A' , B' соответственно. Точка B_1 симметрична точке B' относительно прямой $A'C'$, а точка B_2 — точка пересечения BB_1 и AC ; аналогично определяются точки A_3 и C_3 . Докажите, что точки A_2 , B_2 , C_2 лежат на одной прямой, проходящей через центр описанной окружности треугольника ABC .

Заинтересованным ребятам можно рекомендовать почитать интересную статью Л. Емельянова: "On the Intercepts of the OI-Line Forum Geometricorum Volume 4 (2004) 81–84 (<http://forumgeom.fau.edu/FG2004volume4/FG200411index.html>). В статье имеется ссылка на другую интересную конструкцию, связанную с так называемой точкой Шиффлера, которая в свою очередь может служить темой проекта для сильного школьника.