

Любимые задачи

1. В треугольнике ABC с углом A равным 120° , проведены биссектрисы AM , BL и CK . Докажите, что треугольник MKL — прямоугольный.
2. На сторонах BC и CD квадрата $ABCD$ взяты соответственно точки M и N так, что $\angle MAN = 45^\circ$. AH — высота треугольника AMN . Докажите, что $AH = AB$.
3. На полосу наложили квадрат, сторона которого равна ширине полосы, причем так, что его граница пересекала границу полосы в 4 точках. Докажите, что две прямые, проходящие накрест через эти точки пересекаются под углом 45° .
4. На доске была нарисована окружность с отмеченным центром, вписанный в нее четырехугольник, и окружность, вписанная в него, также с отмеченным центром. Затем стерли четырехугольник (сохранив одну вершину) и вписанную окружность (сохранив ее центр). Восстановите какую-нибудь из стертых вершин четырехугольника, пользуясь только линейкой и проведя не более шести линий.
5. Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$, стороны BC и AD которого равны, но не параллельны. Пусть E и F — внутренние точки отрезков BC и AD соответственно такие, что $BE = DF$. Прямые AC и BD пересекаются в точке P , прямые AC и EF пересекаются в точке Q , прямые BD и EF пересекаются в точке R . Рассмотрим треугольники PQR , получаемые для всех таких точек E и F . Докажите, что окружности, описанные около всех таких треугольников, имеют общую точку, отличную от P .
6. В тетраэдре $DABC$: $\angle ACB = \angle ADB$, $(CD) \perp (ABC)$. В треугольнике ABC дана высота h , проведенная к стороне AB , и расстояние d от центра описанной окружности до этой стороны. Найдите длину CD .