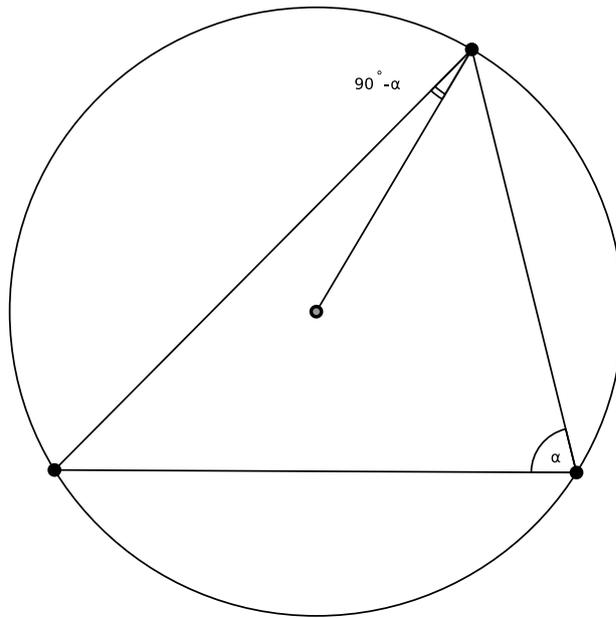


Угол между стороной и радиусом



1. Докажите утверждение с картинки.
2. O – центр описанной окружности треугольника ABC ; BB_1 , CC_1 – высоты. Докажите, что $OA \perp B_1C_1$.
3. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность, центр O которой лежит внутри него. Доказать, что если $\angle BAO = \angle DAC$, то диагонали четырёхугольника перпендикулярны.
4. Точка P лежит на стороне AC треугольника ABC . Прямая BP пересекает описанную окружность треугольника ABC в точке R . Точки O_a и O_c – центры описанных окружностей треугольников APR и CPR соответственно. Докажите, что прямые AO_a и CO_c пересекаются на высоте треугольника ABC .
5. Диагонали вписанного четырёхугольника $ABCD$ пересекаются в точке M . O – центр описанной окружности треугольника BOC . Докажите, что $MO \perp AD$.
6. Биссектриса угла AA_1 пересекает описанную окружность равнобедренного ($AB = BC$) треугольника ABC в точке A_2 . I – инцентр. Докажите, что центр описанной окружности треугольника IBA_2 лежит на стороне BC .
7. Дан треугольник ABC . На стороне AC выбираются произвольная точка K и такая точка L , что $\angle ABK = \angle CBL$. Докажите, что центры описанных окружностей треугольников KBL лежат на одной прямой.
8. Произвольная прямая, проходящая через вершину B треугольника ABC , пересекает сторону AC в точке K , а описанную окружность в точке M . Найдите геометрическое место центров описанных окружностей треугольников AMK .
9. Точки A, B, C и D лежат на окружности с центром O . Прямые AB и CD пересекаются в точке E , а описанные окружности треугольников AEC и BED пересекаются в точках E и P . Докажите, что:
 $\angle EPO = 90^\circ$.
10. В треугольнике ABC точка I – центр вписанной окружности, точки I_a , I_c – центры внеписанных окружностей, касающихся сторон BC и AB соответственно. Точка O – центр описанной окружности треугольника II_aI_c . Докажите, что $OI \perp AC$.

11. Точка D вне остроугольного треугольника ABC такова, что $\angle ABC + \angle ABD = \angle ACB + \angle ACD = 180^\circ$. Докажите, что центр описанной окружности треугольника ABC лежит на отрезке AD .

12. H — ортоцентр треугольника ABC . O_a, O_c — центры описанных окружностей треугольников AHB, CHB . Докажите, что $O_aO_c = AC$.

13. Две окружности пересекаются в точках A и B . Через произвольную точку X первой окружности проведена прямая XA , которая пересекает вторую окружность в точке Y . Найдите г.м.т. центров окружностей описанных около треугольника BXY .

14. B_0 — середина стороны AC треугольника ABC . B_0A_1, B_0C_1 — перпендикуляры из точки B_0 на стороны AB, AC соответственно. B' — середина отрезка A_1C_1 . Докажите, что $B_0B' \parallel BO$, где O — центр описанной окружности $\triangle ABC$.